Tentamen Partiële Differentiaalvergelijkingen
24 Juni 2002, 14.00–17.00 uur

1. Los het volgende Cauchy probleem op:

$$7x\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 13, \quad u(x,0) = e^{x}.$$

2. Bepaal met behulp van de methode van d'Alembert de oplossing van de hyperbolische vergelijking:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0,$$

als de beginvoorwaarden worden gegeven door

$$u(x,0) = e^{-x^2}, \quad u_t(x,0) = x^2.$$

3. Bepaal met behulp van separatie van variabelen ~~de~~ een oplossing van de hyperbolische vergelijking:

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

als de beginvoorwaarden worden gegeven door

$$u(x,0) = 13\cos 7x, \quad u_t(x,0) = 7\cos 13x.$$

4. Beschouw de warmte-geleidingsvergelijking:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

met de niet-homogene randvoorwaarden

$$u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = t, \quad u(x,0) = 0.$$

Maak eerst de randvoorwaarden homogeen, en dan de vergelijking. Los de resulterende warmte-geleidingsvergelijking op.

5. Bepaal een formele oplossing van

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 2,$$

met de randcondities

$$\begin{cases} u(x,0) = x, \quad u_y(x,2) = 0, \quad 0 \le x \le 1, \\ u(1,y) = u_x(0,y) = 0, \quad 0 \le y \le 2. \end{cases}$$